24. September
Aufwärmübungen

1. Skalarprodukt: Zu merkende Formeln und Sachverhalte **!!!!**

   (a) Wie zeigt man leicht, dass $\vec{a}^2\vec{b} - (\vec{a}\cdot\vec{b})\vec{a}$ ein auf $\vec{a}$ senkrechter Vektor ist? Bezug zur Formel für die parallele Komponente? (Mit $\vec{a}$ skalar multiplizieren)

   (b) Der Vektor $\vec{n}$ stehe senkrecht auf $\vec{A}$ und $\vec{B}$. Was folgt für x, wenn man die Gleichung $2\vec{A}+x\vec{c}+3\vec{B} = \vec{d}$ skalar mit $\vec{n}$ multipliziert?

2. Vektorielle Herleitung des Cosinussatzes für Dreiecke? Wieso ist das eine Verallgemeinerung des Pythagoras? $\vec{c}^2 = (a - \vec{b})^2 = ...$

3. Bestimmen Sie den Winkel (d.h. dessen Cosinus) zwischen den beiden Vektoren $\vec{a} = (1,2,3)$ und $\vec{b} = (3,-2,1)$. Ganz kurz: $\cos\gamma = \frac{2}{\sqrt{14}^2} = \frac{1}{7}$

4. Die Zykloidbewegung: Siehe.die vorletzte Beispielaufgabe zum Skript!. Man trifft hier auf eine wichtige Technik (vgl. Kap.4 Flugparabel):

   (a) "Hinauswerfen des Parameters". Der Übergang von einer Parametrisierungs- zur Gleichungsbeschreibung. wie macht man das? Hierzu:

      i. Gegeben Parametrisierung $\vec{r}^K(t) = \begin{pmatrix} x(t) \\ y(t) \end{pmatrix}$ in kartesichen Koordinaten.
      ii. Löse x=x(t) nach t auf: t=t(x).
      iii. Einstzen in y=y(t) gibt die übliche Graphenform y=y(t(x))=f(x).
      iv. Im Falle der Zykloiden kann man die entstehende Formel des Typs y=t+sin(t) nichtt elementar nach t umstellen!

5. Ein motivierendes Einstiegsproblem für das Vektorprodukt: Gegeben zwei Vektoren $\vec{a}, \vec{b} \in \mathbb{R}^3$. Bestimmen Sie einen Vektor $\vec{c}$, der Senkrecht auf $\vec{a}$ und auf $\vec{b}$ steht. Allgemeine Strategie und dann konkretes Beispiel $\vec{a} = (1,2,3)$ und $\vec{b} = (-2,0,3)$

1x+2y+3z=0	+	3x+2y=0	y=-3	
-2x+0y+3z=0	-	3z=2x	x=2	$\vec{n} = \frac{1}{3}\begin{pmatrix} 6 \\ -9 \\ 4 \end{pmatrix}$
			z=$\frac{4}{3}$	

Vektorprodukt:

$$\begin{pmatrix} v1_{Start} \\ v2_{Start} \\ v3_{Start} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} -2 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6-0 \\ -6-3 \\ 0+4 \end{pmatrix}$$

Nächster Freitag: Fällt aus !
Häusliche Probeklausur!

Das Vektorprodukt

Die Verarbeitung der Definition des Vektorproduktes erfordert gewisses vorbereitendes verfügbares Vorwissen:

Seien $\boxed{\vec{a}, \vec{b} \in \mathbb{R}^3}$ mit $\boxed{\vec{a} = (a_1, a_2, a_3)}$ und $\vec{b} = (b_1, b_2, b_3)$. Dann wird durch

$$\vec{a} \times \vec{b} = (a_2b_3 - a_3b_2, a_3b_1 - a_1b_3, a_1b_2 - a_2b_1)$$

eine $\boxed{\text{innere Verknüpfung auf } \mathbb{R}^3}$ definiert. Sie wird Vektorprodukt oder auch Kreuzprodukt $\boxed{\text{genannt}}$.

---

1. $\vec{a} \in \mathbb{R}^3$....
2. Explikation...
3. Was bedeutet *Innere Komposition auf* $\mathbb{R}^3$? Ein großer Teil ist hierdurch formal festgelegt. Nur ein umso wichtigerer Rest bleibt:;

$$\begin{array}{rcl} \mathbb{R}^3 \times \mathbb{R}^3 & \rightarrow & \mathbb{R}^3 \\ & \longmapsto & (............, ..., ...) \\ & \longmapsto & \underbrace{(a_2b_3 - a_3b_2, ...usw}_{Neue\ \text{Regel}} \end{array}$$

Folgende Aufgabentypen lassen sich vektoriell mit Skalar- und Vektorprodukt problemlos lösen:

- Bestimmung der Normalen durch einen Punkt einer Ebene im Raum
- Der Winkel zwischen zwei Ebenen
- Der Winkel zwischen eienr Gerade und einer Ebene
- Bestimmung des Vektors des kürzesten Abstandes zweier Geraden

Von den Übungen zu Kap.4 wurden eingehender besprochen: "Vektorielle Geschwindigkeit", "Bewegung des Schattens" und "Modifizierte Flugparabelaufgabe".

Ebenso wurden die Skripübungen zu Kap. 6.1 und 6.2 durchgegangen!

Zu Kap. 6.1: Die letzte Aufgabe als Anwenugsbeispiel eines vorher angegebenen allgemeinen Schemas.

Zu Kap. 6.2: Diese Übungen liefern Beispiele zur Stärkung der Rechenkompetenz auf sehr unterschiedlichem Niveau: Einfache Fingerübungen, der durchgesprochene Beweis der nützlichen Vektorformel, die Anwendung der reziproken Basis und anspruchsvoller die vorletzte Aufgabe.
