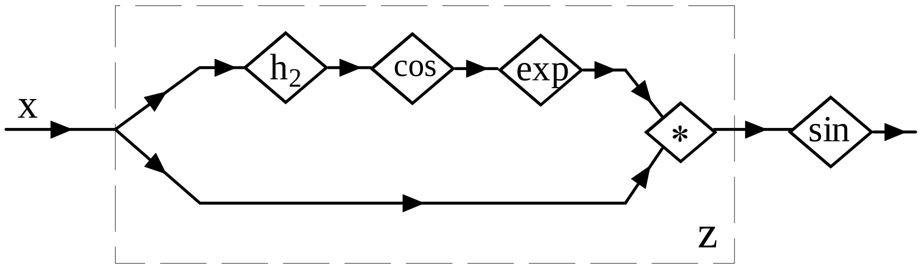
8. Oktober

Ableitungen zum Auffwärmen

$$\begin{aligned} f_1(x) &= \sin(xe^{\cos x^2}) \\ f_2(x) &= xe^x \cos(x^2) \\ f_3(x) &= \frac{xe^x - 3e^{-x}}{e^x + 3e^{-x}} \end{aligned}$$

Die erste Aufgabe hatte einige Probleme und ich bin etwas ungeschickt vorgegangen. Kosequent ist folgendes Vorgehen, das vom Verlaufsdiagramm ausgeht:



$$\begin{aligned} f_1(x) &= \sin z(x) \quad \text{gibt } f_1'(x) = z'(x)\cos(z(x)). \\ z(x) &= xe^{\cos(x^2)} \quad \text{Also } z'(x) = e^{\cos(x^2)}\left(1 - 2x\sin(x^2)\right) \\ \text{wegen } u(x) &= \cos(x^2) \quad \text{hat man ja } u'(x) = -2x\sin(x^2). \end{aligned}$$

Insgesamt:

$$f_1'(x) = e^{\cos(x^2)}\left(1 - 2x\sin(x^2)\right) \cdot \cos(xe^{\cos(x^2)})$$

Die zweite Funktion:

$$f_2'(x) = e^x\left(\cos(x^2) + x\cos(x^2) - x \cdot 2x\sin(x^2)\right)$$

und

$$\begin{aligned} f_3'(x) &= \frac{(e^x + xe^x + 3e^{-x})(e^x + 3e^{-x}) - (xe^x - 3e^{-x})(e^x - 3e^{-x})}{(e^x + 3e^{-x})^2} \\ &= \frac{e^{2x}(1 + x - x) + (3(1 + x) + 3 + 3x + 3) + e^{-2x}(9 - 9)}{(e^x + 3e^{-x})^2} \\ &= \frac{e^{2x} + (9 + 6x)}{(e^x + 3e^{-x})^2} \end{aligned}$$

Die bisherigen Hauptformeln:
Vektoren:

$$\boxed{\vec{x} = \vec{a}_1 x_1 + \vec{a}_2 x_2 + \ldots + \vec{a}_n x_n}$$

- **Schluss von der Summe auf die Summanden**, Bedingungen unter denen das möglich ist. (U.a. n=dimV)

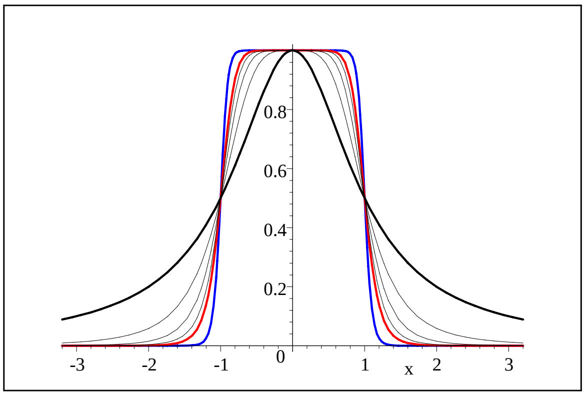
- Anwendungsbeispiele der Formel:
  - Schwerpunkt,
  - Gerade Ebene usw.
  - Flugparabel, Kreisbewegung, weitere Kurven
  - Param. der Lösungsmenge linearer Gleichungen
  - Komplexe Zahlen (z=u+iv=re$^{i\varphi}$)
- Skalarprodukt, Vektorprodukt,...

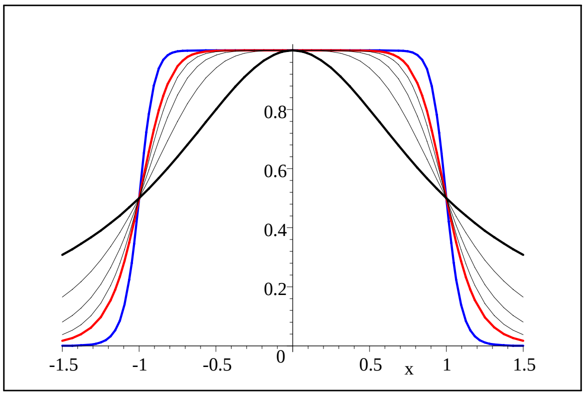
Funktionen: **Tangentenzerlegung** (Gegeben f,x$_0$, $f(x_0)$) :

$$f(x_0+\Delta x) = f(x_0) + f'(x_0)\Delta x + \Delta x R_f(x_0, \Delta x) \quad \text{Resttermbedingung}$$

- Umschreibung Rechenausdruck, Umcodierung der Information, Informationsreduktion in R, die zwei Denkfiguren,.Ableitungsregeln, Anwendungen und Verallgemeinerungen..)
- Allgemeine Eigenschaften glatter reeller Funktionen: Kap. 8.1.3 und Kap. 10.3.
- Kurvendiskussion Beispiel (S. Aufgaben zu Kap. 10)
- $$f_n(x) = \frac{1}{1+x^{2n}}$$

Wir sehen: f$_n(0)$ = 1 und f$_n(1) = f_n(-1) = \frac{1}{2}$ für n=1,2,3....Weiter ist f$_n$ gerade (x$^2 - (-x^2)$) und f$_n(x) \to 0$ für x$\pm\infty$. Ansonsten immer monoton. Die figuren geben die GRaphen für n=1,2,3,4,5 und n=10.





Und am Nachmittag erste Fingerübungen im Integrieren:

■ 1) Bestimmen Sie die Stammfunktion von f(x)=x$^2 + 2x - 1$, die durch den Punkt (-1,3) geht.

■ 2) Bestimmen Sie alle Stammfunktionen von f(x)=x$^2 + x - x^{-1} + x^{-2}$. (Das Problem unterschiedlicher Konstanten zu beiden Seiten von x=0 ist **nicht** zu berücksichtigen.)

■ 3) Begründen Sie (mit Hilfe der Rechenregeln und der inhaltlichen Interpretation) die Gültigkeit folgender Gleichungen:

$$\int_{-3}^{3} dx\ x^3 = 0 \quad \int_{-3}^{3} dx\ x^4 = 2\int_{0}^{3} dx\ x^4 \quad \int_{3}^{1} dx\ x^4 = -\int_{1}^{3} dx\ x^4$$

■ 4) Berechnen Sie die folgenden Integrale durch direkte Integration, d.h. fast stets mit einem Aufwand von einer Zeile, eventuell einer zweiten für die Endform:

$$I_{xy} = ...|_b^a = ... - ..... = ...$$

Jetzt die Integrale.

$\mathrm{I}_1 = \int_0^3 dx\ x^3$	$\mathrm{I}_2 = \int_1^3 dt\ t^3$	$\mathrm{I}_3 = \int_{-1}^3 dx\ (t+x)$	$\mathrm{I}_4 = \int_1^3 du\ x^3$
$\mathrm{I}_5 = \int_{-1}^3 dx\ x^4$	$\mathrm{I}_6 = \int_0^\pi da\ \sin a$	$\mathrm{I}_7 = \int_0^1 dx\ (1-7x)^7$	$\mathrm{I}_8 = \int_{-1}^1 dx\ \frac{\pi+1}{1+x^2}$
$\mathrm{I}_9 = \int_0^1 \frac{dx}{1+\pi^2 x^2}$	$\mathrm{I}_{10} = \int_1^2 \frac{dt}{t}$	$\mathrm{I}_{11} = \int_0^a dx\ \frac{1}{a+x}$	$\mathrm{I}_{12} = \int_a^{a+1} du \frac{2}{1+au}$
$\mathrm{I}_{13} = \int_0^{\frac{T}{2}} dx\ \sin(\omega x)\ \mathrm{T}{=}\frac{2\pi}{\omega}$	$\mathrm{I}_{14} = \int_0^A dx\ e^{-ax}$	$\mathrm{I}_{15} = \int_0^1 dx\ e^{-2x+3}$	$\mathrm{I}_{16} = \int_0^x dt\ e^{-2xt}$
$\mathrm{I}_{17} = \int_0^1 dx\ (1+2x+3x^2)$	$\mathrm{I}_{18} = \int_1^1 dt\ (1+7x^2 t)^{17}$		

I_3 wurde auf zwei naheliegende Weisen berechnet!