Dienstag d. 15.9.2009

Rekonstruieren Sie folgende Formeln:

- Parametrisierung einer Geraden und Bahnkurve einer geradlinig gleichförmigen Bewegung
- Parametrisierung einer Ebene
- Bahnkurve *Flugparabel*
- Schwerpunktsformel

  ■ Ein Punkt bewegt sich mit konstanter Geschwindigkeit $\vec{V}^K = (3, -2, 7)\frac{m}{s}$. Er befindet sich zur Zeit t=-2 am Ort (0,2,3). Wo befindet er sich zur Zeit t=2?

■ Was ergibt sich, wenn man Flugparabeln mit $\vec{g} = \vec{0}$ betrachtet?

Heute: Kap.4.4 Flugparabeln und Kap.4.5 Schnittmengenbestimmung
Nachmittags Kap. 5.1 und Kap.5.2

Gerechnetes Beispiel für die Anwendung des Schemas: Schnitt zweier Ebenen

Die beiden Ebenen in Tupelform:

$$\begin{aligned} \vec{x}_E(u,v) &= (0,1,1) + u(2,0,1) + v(0,1,3) = (2u, 1+v, 1+u+3v) \\ \vec{x}_F(a,b) &= (2,0,0) + a(1,1,0) + b(0,1,1) = (2+a, a+b, b) \end{aligned}$$

Das durch Gleichsetzen entstehende Gleichungssystem wird per Inspektion gelöst:

$$\boxed{\begin{array}{lll} 2u+0v & =2+a & \\ 0u+1v & =-1+a+b & - \\ u+3v & =-1+0a+b & + \end{array}} \quad \begin{array}{ll} \underline{\text{u frei}} & \underline{a=2u-2} \\ & v=1-\frac{3}{2}u \\ u+2v=-a & \overline{v=\frac{1}{2}\,(2-2u-u)} \end{array}$$

$$b = v+1-a = 1-\frac{3}{2}u + 1 + 2 - 2u = 4 - \frac{7}{2}u$$

$$\underline{b = 4-\frac{7}{2}u}$$

$$\text{Rückeinsetzen:}\quad 1+u+3v = 1+u+3-\frac{9}{2}u = 4 - \frac{7}{2}u$$

$$\vec{x}_E(u, 1-\tfrac{3}{2}u) = (2u, 2-\tfrac{3}{2}u, 4-\tfrac{7}{2}) = (0,2,4) + u(2, -\tfrac{3}{2}, -\tfrac{7}{2})$$

oder

$$\vec{x}_F(2u-2, 4-\tfrac{7}{2}u) = (2u, 2-\tfrac{3}{2}u, 4-\tfrac{7}{2}u)$$

Stimmt! Das ist eine nette Übung für das Einsetzen!

Ein Beispiel für ein Gleichungssystem mit Verzweigung. Zunächst "z raus"!

$$\begin{array}{lll} 2x + ay - z = 3 + a & (+5) & \boxed{\text{(10+a)x+(5a+1)y)=22+5a}} \\ ax + y + 5z = 7 & (+1) & \text{Ende Elimination} \end{array}$$

Fallunterscheidung: (10+a)= oder $\neq 0$

1) a$\neq -10$. Dann y frei und x=$\frac{22+5a}{10+a} - \frac{5a+1}{10+a}y$ und

z=2x +ay-a-3=2 $\left(\frac{22+5a}{10+a} - \frac{5a+1}{10+a}y\right) + ay - a - 3$

$= \frac{14-3a-2y+a^2y-a^2}{10+a} = \frac{14-3a-a^2}{10+a} + y\frac{a^2-2}{10+a}$.

Zusammen ergibt das die Parametrisierung einer Gerade

$$\vec{x}_L(y) = \frac{1}{10+a}\begin{pmatrix} (22+5a) - \frac{5a+1}{10+a}y \\ (10+a)y \\ \frac{14-3a-a^2}{10+a} + y\frac{a^2-2}{10+a} \end{pmatrix} = ...$$

2) a=-10. Dann lautet die letzte Gleichung $\boxed{\text{0x-49y)=-28}}$

Also y=$\frac{28}{49}$. Rückeinsetzen in die erste Gleichung gibt:

$$2x + a\frac{28}{49}y - z = -7$$

Jetzt x frei ergibt z und insgesamt erneut eine Gerade.
Also: Das Beispiel zeigt nicht, was es sollte!!!

Morgen: Kapitel 5.3
